

Stochastik: Themen

Anton Klimovsky

22. Juli 2014

Was ist der Zufall?

- ▶ Wahrscheinlichkeitsräume $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$.
- ▶ Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit: $\mathbb{P}(A | B)$. Totale Wahrscheinlichkeit. Die Bayes'sche Formell.
- ▶ Zufallsvariablen und ihre Verteilungen: diskrete, stetige, allgemeine ZVen.
- ▶ Wichtige Verteilungen.
 - ▶ Diskrete und stetige Gleichverteilung.
 - ▶ Exponentialverteilung,
 - ▶ Bernoulli-Verteilung.
 - ▶ Poisson-Verteilung.
 - ▶ Gauß'sche (auch Normal-)Verteilung.

Rechnerei mit den Mittelwerten

- ▶ Indikatorfunktionen.
- ▶ Erwartungswert. (Erwartungswert als Lebesgue-Integral, Eigenschaften).
- ▶ Approximation von ZVen mit den elementaren ZVen.
- ▶ Varianz und Kovarianz. Eigenschaften.
- ▶ Ungleichungen: Cauchy-Schwarz, Tschebyscheff, Markov.

Abhängige ZVen

- ▶ Multivariate Verteilungen, Gemeinsame Verteilung.
- ▶ Zweistufige Modelle.
- ▶ Markov-Ketten.
 - ▶ Irreduzible und aperiodische Markov-Ketten.
 - ▶ Eigenschaften.
 - ▶ Langzeitverhalten $n \rightarrow \infty$. Konvergenz in das Gleichgewicht.

Das Langzeitverhalten ($n \rightarrow \infty$) und die bekanntesten Sätze der Stochastik

- ▶ Starkes und schwaches Gesetz der großen Zahlen. Ergodensatz.
- ▶ Simulationsmethoden: Monte Carlo, Markov-Ketten Monte Carlo.
- ▶ Konvergenzarten von ZVen: in Verteilung, in Wahrscheinlichkeit, fast sicher. Zusammenhang zwischen diesen Konvergenzarten.
- ▶ Erzeugende, momenterzeugende und charakteristische Funktionen. Umkehr- und Stetigkeitsätze.
- ▶ Faltung.
- ▶ Der zentrale Grenzwertsatz.
- ▶ Gegenbeispiele: Pareto-Verteilung. Cauchy-Verteilung.
- ▶ Stabile Verteilungen.

Statistik

- ▶ Normalapproximation.
- ▶ Verallgemeinerte inverse Funktion. Quantile. Universalität der Gleichverteilung: $F^{-1}(U)$.
- ▶ Ansatz der Statistik.
- ▶ Klassische statistische Modelle.
- ▶ Empirische Verteilung.
- ▶ Schätzern und deren Güte: Bias. Varianz. Konsistenz.
- ▶ Bayes'sche Statistik. Bedingter Erwartungswert als der beste Schätzer.
- ▶ (Maximal-Likelihood-Methode.)
- ▶ (Bootstrap.)
- ▶ (Lineare Regression. Methode der kleinsten Quadraten.)
- ▶ (Gauß'sche Stichproben. Multivariate Gauß'sche Verteilung. t - und χ^2 -Verteilungen.)
- ▶ (Konfidenzintervale. Allgemeiner Ansatz. Strategie zur Konstruktion von Konfidenzintervallen.)
- ▶ (Hypothesentests. Allgemeiner Ansatz. p -Wert. χ^2 -Anpassungstest.)