

Übungen zur Vorlesung **Wahrscheinlichkeitstheorie I**

Übungsblatt 13

ERGODENSATZ**Aufgabe 13.1 (Ergodensatz).****(4 Punkte)**

Zeige, dass eine maßerhaltende Abbildung τ auf $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ genau dann ergodisch ist, wenn für alle $A, B \in \mathcal{A}$ gilt:

$$\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \mathbb{P}(A \cap \tau^{-k}(B)) \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B).$$

Aufgabe 13.2.**(4 Punkte)**

Seien \mathbb{P} und \mathbb{P}' zwei verschiedene Wahrscheinlichkeitsmaße auf (Ω, \mathcal{A}) und $\tau: \Omega \rightarrow \Omega$ messbar. Wir nehmen an, dass sowohl \mathbb{P} als auch \mathbb{P}' (invariant und) ergodisch bezüglich τ sind. Zeige dass \mathbb{P} und \mathbb{P}' singulär sind, also $\mathbb{P} \perp \mathbb{P}'$.

HINWEIS: Berechne $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \mathbb{1}_A(\tau^k(x))$ für $x \in \Omega$, $A \in \mathcal{A}$ zwei mal mit Hilfe des Ergodensatzes.

Abgabe Di, 14.07. bis 12:00 in den Übungskasten

Arbeitsgruppenvorträge:

Am **07.07.** findet **kein** Vortrag statt.

Am **14.07.** gibt Rebecca Neukirch (Universität Bonn) einen Vortrag.

Hierzu ergeht eine herzliche Einladung. Zeit: **Di, 16:15 – 17:15.** Raum: WSC-S-U-3.03